

СОВМЕСТНОЕ КОДИРОВАНИЕ ГРАНИЦ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ИНТЕРВАЛОВ – СРЕДСТВО ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНТЕРВАЛЬНЫХ (ДОСТОВЕРНЫХ) ВЫЧИСЛЕНИЙ

Уваров Сергей Иванович

ИПУ РАН (Москва)

В.н.с.

К.т.н.

uvarov53@gmail.com

suvarov@ipu.ru

8(910)467-58-17

Необходимость организации вычислений с арифметическими интервалами известна. Многочисленные отечественные и зарубежные исследования утверждают, что операции сравнения чисел представленных в формате с плавающей запятой, в современных вычислительных устройствах некорректны. Это связано с неизбежной при вычислениях в формате с плавающей запятой ошибкой округления. Следовательно, и программы расчетов в общем случае не являются корректными. Такие программы могут вырабатывать неправильные результаты и провоцировать принятие ошибочных решений. Наличие ошибки округления приводит, например, к тому, что при компьютерных вычислениях согласно современному стандарту IEEE 754–1985 получается $0,3+0,4>0,7$.

Эта абсурдная ситуация может быть преодолена введением в рассмотрение оценки ошибки округления. Учитывая оценку ошибки округления, можно считать, что $0,3+0,4$ равно $0,7$ в пределах оценки ошибки.

Как правило, выполнение вычислительной операции вносит небольшую ошибку, которая кажется пренебрежимо малой, но в процессе вычислений такие ошибки могут накапливаться. Особенно опасна операция вычитания двух близких по величине чисел. Присутствие таких операций в алгоритме вычислений приводит к появлению ошибок, относительная величина которых может быть произвольно большой.

Внедрение нового стандарта вычислений с плавающей запятой неизбежно. Без этого невозможно обеспечить «достоверные вычисления», необходимые при проектировании и эксплуатации сложных технических систем и комплексов. Это особенно необходимо при современной мировой тенденции отказа от дорогостоящих натуральных экспериментов в пользу компьютерных расчетов.

Для внедрения нового стандарта необходимо разработать и изготовить микропроцессоры нового поколения с усовершенствованным арифметическим блоком, который одновременно с выполнением арифметических операций должен вычислять и оценку погрешности результатов.

Использование нового стандарта вычислений с плавающей запятой позволяет избежать некорректности программного обеспечения, обеспечив новое качество программно-алгоритмического обеспечения вычислительных и управляющих средств. Поскольку вычисления производятся в основном для последующего принятия решения, основанного на анализе результатов, одним из основных моментов такого анализа является сравнение вычисленных значений с порогами. В том случае, если необходимо принять действительно надежное решение, следует знать, какие результаты вычислений и последующих сравнений являются достоверными и какие из них имеет вероятностную природу.

Очевидно, что возложить на алгоритмистов и программистов обязанность получать оценку достоверности производимых расчетов крайне сложно. Создание аппаратных средств и программного обеспечения для поддержки расширенной арифметики

с плавающей запятой предлагается, как самый эффективный способ обеспечения надежности будущих технических систем.

Для оценки накапливающейся при вычислениях ошибки округления уже на заре развития вычислительной техники был предложен метод интервальных вычислений. Недостатком программной реализации метода интервальных вычислений является его низкая эффективность.

В докладе предлагается способ совместного кодирования границ арифметических интервалов. Преимуществом совместного кодирования является увеличение точности результатов интервальных вычислений в формате с плавающей запятой при сохранении суммарной разрядности хранимого в памяти кода верхней и нижней границ интервала. Например, при совместном кодировании запоминаемых в памяти значений верхней и нижней границ интервала результата вычислений для задания мантиссы чисел, не подвергавшихся округлению, используется 42 разряда (в прототипе всего 23 разряда). Повышенная точность границ интервала обеспечивается до тех пор, пока одна из границ не превысит по абсолютному значению другую границу в четыре раза. Таким образом, всегда, когда результаты вычислений можно еще считать достоверными предлагаемое устройство способствует обеспечению большей точности оценивания результатов вычислений.

Разработан новый стандарт на формат представления чисел с плавающей запятой предусматривающий переход к коду арифметического интервала. Это позволяет выполнять промежуточные вычисления с существенно увеличенной разрядностью и повышенной на несколько порядков точностью



Рис.1

Вместо традиционной схемы организации «достоверных» - интервальных вычислений (рис.1 слева) для вычислительных устройств нового поколения предлагается схема (рис.1 справа), предусматривающая совместное кодирование границ арифметического интервала.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. IEEE standard 754-1985 for binary floating point arithmetic, IEEE, (1985). Reprinted in SIGPLAN Not.-1987, Vol.22, No.2, pp. 9-25.
- 2. *Goldberg D.*, What Every Computer Scientist Should Know About Floating-Point Arithmetic. Computing Surveys, vol. 23, No. 1, pp. 5-48,1991.
- 3. *Wilkinson J.H.* Modern error analysis // SIAM Rev. – 1971 – Vol. 13, N 4. – p.548-568.
- 4. *Moore R.E.* Interval analysis. – Englewood Cliffs; Prentice Hall, 1966. – 145 p.
- 5. *Moore R.E.* Method and applications of interval analysis. – Philadelphia; SIAM, 1979, - xi, 190 p.
- 6. *Годунов С.К. и др.* Гарантированная точность решения систем линейных уравнений в евклидовых пространствах – Новосибирск: Наука, 1988.
- 7. Pascal-XSC. Язык численного программирования. *Клатте Р., Кулиш У., Неара М., Ульрих Х., Рац Д.* ДМК ПРЕСС, Издательство, 2000 г.
- 8. Достоверные вычисления. Базовые численные методы. *Кулиш У., Рац Д., Хаммер Р., Хокс М.* РХД 2005г. 495 стр.
- 9. *Косарев В.И.* 12 лекций по вычислительной математике (вводный курс): Учеб. пособие: Для вузов. Изд. 2-е, испр. и доп. – М.: МФТИ 2000. –224 с. ISBN 5-89155-053-9.
- 10. *Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К.* Машинные методы математических вычислений. – М.: Мир, 1980.